

## 震源決定の方法と逆解析

### 1. はじめに

「今日〇時頃、〇〇で地震がありました。どこそこで震度△の揺れを観測しました」と、テレビなどでは報道されます。原因(地震)があつて、その結果(揺れ)を時間の順に話しています。しかし実際には、これとは逆で、最初にわかるのは各地のゆれです。震源は、各地で観測された地震計の記録から逆に(逆の順に)求めていきます。これを逆解析(インバージョン)と言います。震源決定は逆解析の最も基本的な手法ですので、本稿ではまず震源決定の方法をやや詳しく説明し、最後に破壊過程全体の逆解析を説明します。

### 2. 震源決定の基本概念

各地で図1のような地震波が観測されたとします。この図は第8回基礎講座「地震波の伝わり方」の図4から、3観測点分を転載したものです。その時にもお話ししましたが、震源から遠ざかるほど、P波の到達時刻は遅れ、P波とS波の間隔が開いていきます。ある時刻(図では〇時〇分00.00秒)からP波が到達するまでの時間が観測点1, 2, 3で、それぞれ、2秒, 4秒, 6秒だったとします。

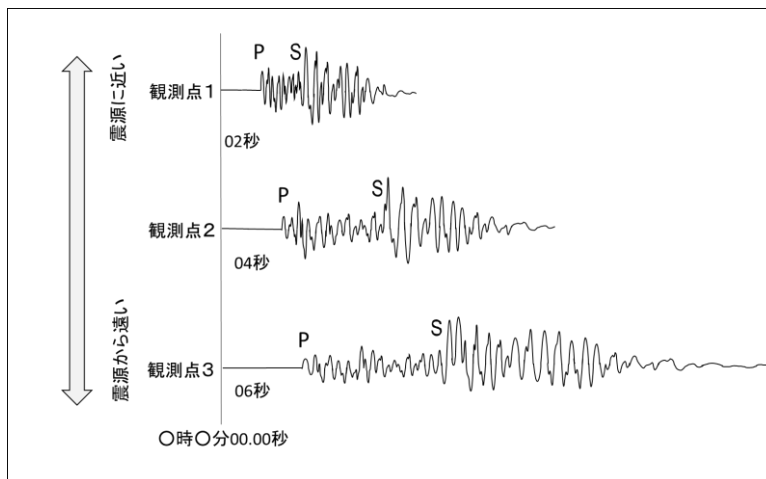


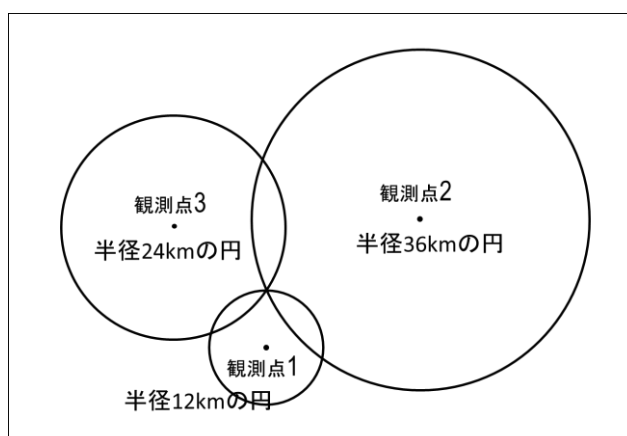
図1 3つの観測点で記録された地震波形。  
震源から離れるに従ってP波の到達時刻が遅れる。  
P波とS波の時間間隔も長くなる。  
この時間差を利用して震源を求める。

P波の伝わる速度( $V_p$ )は、地殻の浅い所で6km/秒ほどですから、上記の時間にこれを掛けると震源までの距離が出ます。観測点1, 2, 3でそれぞれ12km, 24km, 36kmとなります。観測点1から12km離れたところが震源、観測点2からは24km, 観測点3からは36km離れたところが震源という意味ですから、図2に示したように、3つの観測点そ

れぞれを中心にして、この距離を半径とする円を描きます。3つの円が交わる場所（数学的な表現をすれば、3観測点の条件を満足させる解）が震源というわけです。もっとも、この場合は平面（地表という2次元）でしか考えていませんから、求まったのは震央です。以上が震源決定の方法、すなわち逆解析法の内容です。

図2

震源決定の「図式解法」。  
各観測点から震源までの距離を半径とした円を描く。3つの円の交点が震源（平面図では震央）



### 3. 震源からの距離に比例する時間を利用する

図1で、00.00秒と書いていますが、P波の到達時刻から上記のように震源を求めるには、少なくとも1/100秒以上の時刻の精度が必要です。各観測点で時計が狂っていると図2で描いた円は交差しません。今でこそ時計の精度は良くなりましたが、かつては1/100秒の精度を保ち続けるのに苦労しました。ましてやそれ以前の振り子時計だった時代ではP波の到達時刻を使った震源決定はうまく行きませんでした。その時代に考え出されたのがP波とS波の時間差を利用する方法です。今日では使われていませんが、歴史的意味と逆算法の内容を深めるために簡単に記します。

P波とS波は伝わる速度が異なります（P波が6km/sec.だとS波は3.4km/sec.くらいです）ので、図1のように、震源から遠ざかるにしたがって、P波とS波の間隔が開いていきます。この様子は、第8回基礎講座「地震波の伝わり方」の図5にあります。P波とS波の時間間隔を「(S-P) time」と呼びますが、これが震源からの距離に比例していることは、逆に言えば、震源距離が算出できることを意味し、前節で述べたような方法で震源決定に使えるということです。

震源までの距離は、(S-P) timeにある定数を掛けたものです。この定数はP波とS波の伝わる速さから割り出すことが出来て、大森定数などと呼ばれています。計算式は省きますが、上記の $V_p=6\text{km/s}$ 、 $V_s=3.4\text{km/s}$ だと大森定数は7.8になります。観測点1、2、3での(S-P)timeが、それぞれ、3秒、6秒、9秒だったとしますと、前節と同様、各観測点を中心に、23.4km、46.8km、70.2kmの円を描けば、その交点が震央になります。震源の深さを求めるには立体的な説明が必要になりますが、これは付録Aに記しておきます。

## 4. 計算機で震源決定する

ここまでは、概念を理解するため、イメージしやすい幾何学的方法を述べてきました。観測点が増えてきますと、この方法で震源を求めるのはあまりにも煩雑です。そこで同じことを計算機にさせるため、ここでは代数的な扱いを説明します。

### 4. 1 各観測点の位置を計算機用に表す

まず各観測点の位置を（震源の位置も）座標上で記します。図3では、図を簡単にするため X 軸と Y 軸の 2 次元しか示していませんが、3 次元の場合は、この紙面に直行方向の Z 軸があります。観測点 1 の 3 次元の位置は  $X_1, Y_1, Z_1$  のように、各軸に観測点番号の 1 を添え字に付けておきます。そうしますと観測点 2, 3 も同様に、 $X, Y, Z$  に 2, 3 などの添え字を付け、観測点  $i$  には  $i$  (Integer の頭文字) を付けます。

震源はまだ決まりませんが、ここでは説明のため「仮想震源」を置いて、その座標を  $X_0, Y_0, Z_0$  とします。時間は座標には入れられませんが、例えば P 波の到達時刻を  $t$  とし、各観測点でのそれを、 $t_1, t_2, \dots, t_i$  とします。同じ考えで、地震が起こった時刻は仮に  $t_0$  としておきます。これですべての位置（座標）と時刻が文字で表現されました。

実際には、 $X$  と  $Y$  には各観測点の経度と緯度を入れますが、読者が自分で決めた場所、例えばある放送局を基準点として、そこからの距離をとってもいいです。観測点は地表であれば  $0$  を、山の上とか地下ならば、 $+○○m$ ,  $-○○m$  とします。

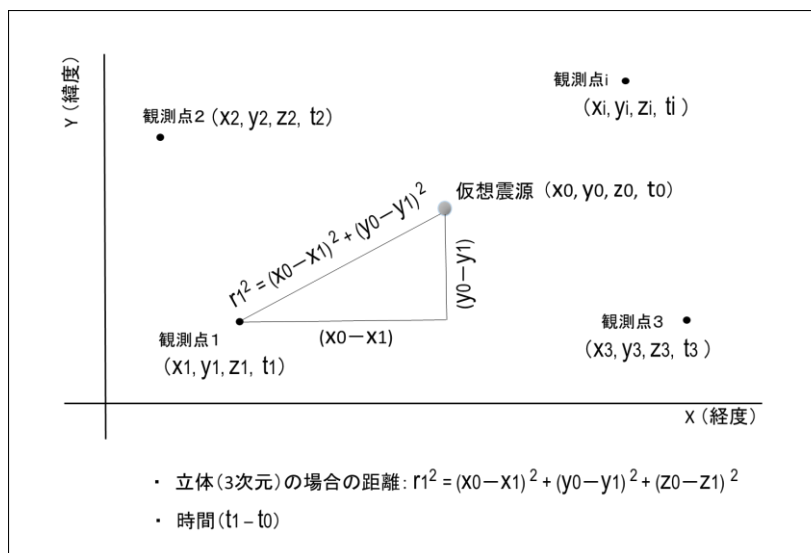
図 3

各観測点の位置を X-Y 座標で表す。

説明のため仮想震源を置いている。

各観測点から仮想震源までの距離を出す。

距離の 2 乗にしておくと計算のコツ。



### 4. 2 各観測点から仮想震源までの距離を（計算機用に）表現する

図3に、観測点1と仮想震源の距離を求めるため、直角三角形が描いてありますが、 $X$  方向の距離は  $(X_0 - X_1)$ 、 $Y$  方向は  $(Y_0 - Y_1)$  ですので、この2辺の2乗の和が、斜辺つまり2点間の距離の2乗になります。3次元の場合は、 $Z$  方向の距離  $(Z_0 - Z_1)$  の2乗が加わ

り. 2点間の距離 (r1) は  $(X0-X1)^2 + (Y0-Y1)^2 + (Z0-Z1)^2$  の平方根になります. 計算は計算機がやってくれますので, ここでは距離 (r1) も2乗のままにしておきます. 時刻のほうは X,Y 座標には図示できませんが, 仮想震源から観測点1までの時間差は (t1-t0) と表せます. 以上で計算式を作る準備ができました.

いま, P波の速度を  $V_p$  としますと, 速さに時間 (t1-t0) を掛けたものが震源距離 (r1) ですので,  $r1 = V_p \times (t1-t0)$  です. 2乗のままにしていますので, 両辺を2乗しますと,

$$(X0-X1)^2 + (Y0-Y1)^2 + (Z0-Z1)^2 = V_p^2 \times (t1-t0)^2 \text{ となります.}$$

以下は同じで, 観測点2の場合は, この式の添え字の1を2に変えればいいのです. 観測点がたくさんある場合の一般的な表現として添え字の番号に i を使って,

$$(X0-Xi)^2 + (Y0-Yi)^2 + (Z0-Zi)^2 = V_p^2 \times (ti-t0)^2 \text{ と表現します.}$$

これで計算機に入力する式が完成しました.

ここで, 決めたいのは,  $X0, Y0, Z0$  (震源の位置) と  $t0$  (地震が起こった時刻, 発震時と言います) の4つで, これらが未知数です. 4つの未知数を決定するためには4つの連立方程式が出来ればよいことを, むかし学んだと思います. 上の式を4つ作るには4観測点のデータ, すなわち4観測点の座標 ( $Xi, Yi, Zi$ ) と, それぞれのP波の到着時刻がわかれば, 4つの連立方程式が出来, それを解いた答え ( $X0, Y0, Z0$ ) が震源で, 発震時 ( $t0$ ) も同時に求まります.

以上が計算で震源を求める時の基本的な方法です. 少し余談ですが, P波の速さ ( $V_p$ ) も未知数として, 5つの連立方程式を解くことも可能です. しかしこの場合は5観測点だけでなく, もっとたくさんの観測点データを入力しないと, うまく求まりません. 観測点がたくさんある場合や, 次節で述べるP波の速度が一定でない場合は, 様々な工夫が必要になってきます. 計算機の能力の進歩と共に, この工夫研究が次第に逆解析法を進展させていきます.

距離 = 速さ x 時間	
震源距離 (r1) = 地震波の速さ ( $V_p$ ) x 時間 ( $t1-t0$ )	
$r1^2 = (X0-X1)^2 + (Y0-Y1)^2 + (Z0-Z1)^2$	
観測点1	$(X0-X1)^2 + (Y0-Y1)^2 + (Z0-Z1)^2 = V_p^2 (t1-t0)^2$
観測点2	$(X0-X2)^2 + (Y0-Y2)^2 + (Z0-Z2)^2 = V_p^2 (t2-t0)^2$
.....	.....
.....	.....
観測点 i	$(X0-Xi)^2 + (Y0-Yi)^2 + (Z0-Zi)^2 = V_p^2 (ti-t0)^2$
未知数4つ ( $X0, Y0, Z0, t0$ ) を求めるには4つの連立方程式があればよい. → 4つの観測点のデータがあればよい.	

図4

各観測点から仮想震源までの距離は, 「P波の速度と到達に要した時間の積に等しい」という等式を観測点ごとに作る.

4つの未知数を求めるには4つの式すなわち4観測点のデータがあればよい.

## 5. 地殻の速度構造

震源決定の原理的なことは前述のとおりですが、ここから先の地震学者は悪戦苦闘します。前項までは、地震波の速度は一定としましたが、実際には図5のように地殻は地震波の速度が、深さによって異なっています。観測点4（図のS4）や、同5では、速い層を通過して来た波が先に到達しています。こういう場合でも、各層の厚さ（ $H_1$ ,  $H_2$ , ...）とP波の速さ（ $V_{p1}$ ,  $V_{p2}$ , ...）がわかっていると、計算式は出来ます。式さえできれば、未知数分だけ観測点があれば、震源を求めることはできます。

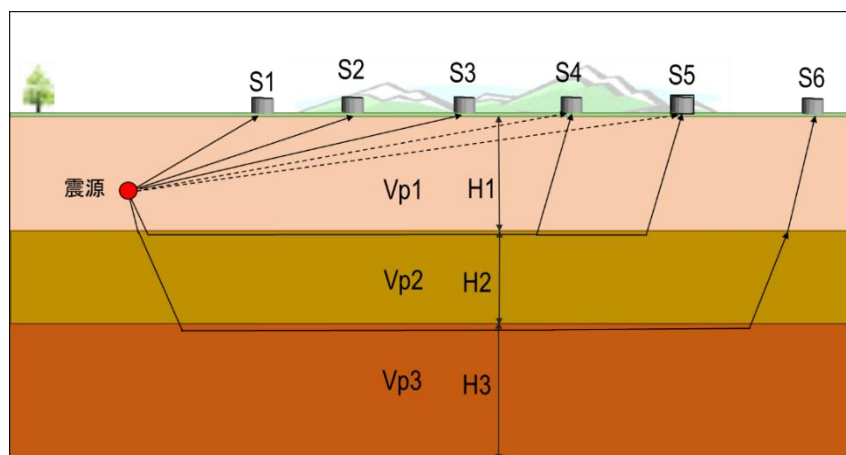
しかし、第8回の基礎講座（地震波の伝わり方）でもお話ししましたように、各層の厚みや、その層での速度は、地震波を使って決めるのです。ですから層構造を決めるには正確な震源位置が決まっていけない、逆に正確な震源を決めるには正確な層構造が決まっていけない、といった互いに正確さを相手に要求するトレードオフに陥るのです。これが逆解析の泣き所です。

地下の層構造を求める一つの解決方法として人工地震（人工震源）を使う方法があります。多くの場合、ダイナマイトを人工震源にします。爆破の時刻と場所はわかっていますから、第8回基礎講座で述べた「走時曲線」を描いて、層構造を求めていきます。層構造がわかると、4.2節で述べた式は少し複雑になりますが、震源はより正確に求まります。さらに複雑な構造については別の機会にお話しすることになります。

図5

地下構造と地震波線。

地下構造がわかっておれば、震源までの距離が割り出せる。



## 6. 自動読み取り

各観測点にP波が到達した時刻は、かつては地震波形を人間が読み取っていました。1970年代（阿武山観測所では1975年）から各観測点のデータは電話回線や無線で、地震観測センターに伝送され、コンピュータに一括収録されるようになりました。この頃からP波の到達時刻を計算機に読み取らせる技術開発が行われ、いわゆる自動読み取りが出来るようになりました。5節のtiが自動で求められると、震源も自動で決定できます。その結果、地

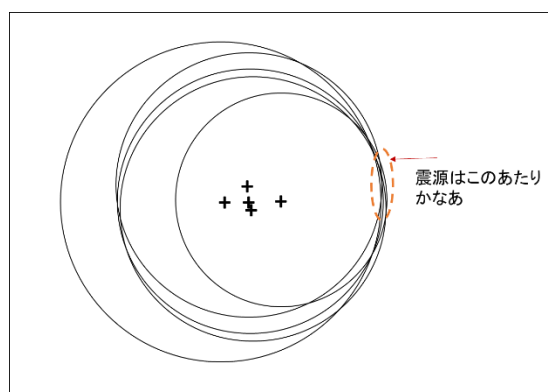
震が発生してから震源決定までの時間が大幅に短縮されました。こういう技術の進展の成果として緊急地震速報も出せるようになりました。

## 7. 誤差について

どんなに読み取り精度が向上しても、観測点が少なければ震源はうまく決まりません。また観測点はたくさんあっても、観測点がある方向に偏っている場合も震源決定の精度は落ちます。図6に示したように、観測点群から遠く離れたところでは決定精度が落ちることがわかんと思います。2015年5月30日の小笠原諸島西方沖の深発地震は、日本列島から離れていて、ちょうど図6のような感じでした。そのうえ沈み込んだプレートもあって速度構造も複雑でした。

図6

観測点（+印）の外側に震源があると、震源決定の精度は落ちる。観測点が震源を取り囲んでいるのが理想的である。



## 8. 破壊過程を求める

前回（第11回）の基礎講座「ネパールの地震」で、USGS（米国地質調査所）が求めた断層モデルの説明をしました。断層面上に、破壊が伝わって行った時刻や、破壊の大きさ分布を図示したものです。このような断層モデルも逆解析法で求められていますので、簡単に説明します。

4節ではP波の到達時刻から震源、すなわち破壊の出発点を求めました。図7で言いますと、1の波の出所を、Pと記した矢印の時刻から逆算したのですが、同様に波2、波3、・・・の出所も、矢印を付けた時刻から逆算して求めることができます。実際には一つひとつの波を読み取るのではなく、波形をデジタル化して逐次、波の出所を逆算します。この場合、5節のように震源が全く未知だとはせず、幾つかの条件（拘束条件）を付けます。例えば、断層の形状（断層の大きさ、走行、傾き）などは別途求めておき、それをさらに、図8に示したように、いくつかの格子（メッシュ）に切って、その中でどの程度のずれの大きさを求めるようにします。こうして求められたのが、前回「ネパールの地震」でお話しました、断層のずれの大きさを示す図8の左と、破壊が伝わって行った時刻を示す同図右です。

## 9. まとめ

今回は震源決定の基本概念を、コンパスで円を描く（図式解法）からはじめ、数値計算のための数式決定までを解説しました。広い意味では、震源決定と言うより逆解析法（インバージョン）を理解していただけたと思います。

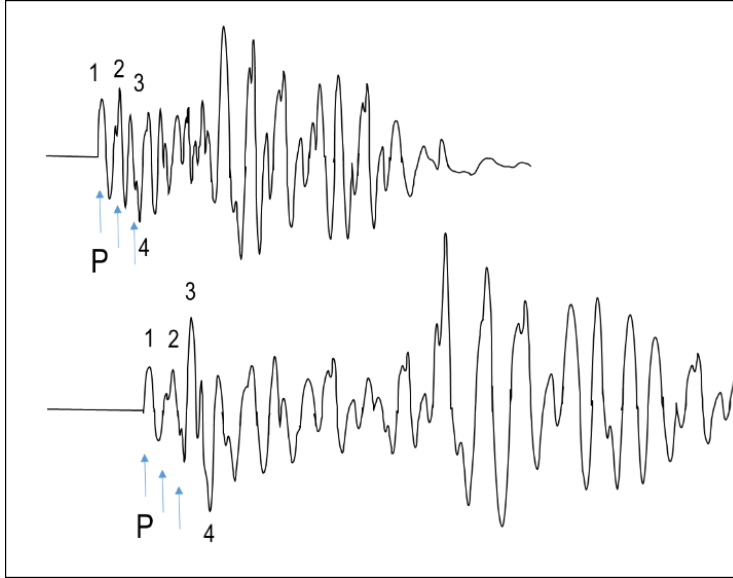
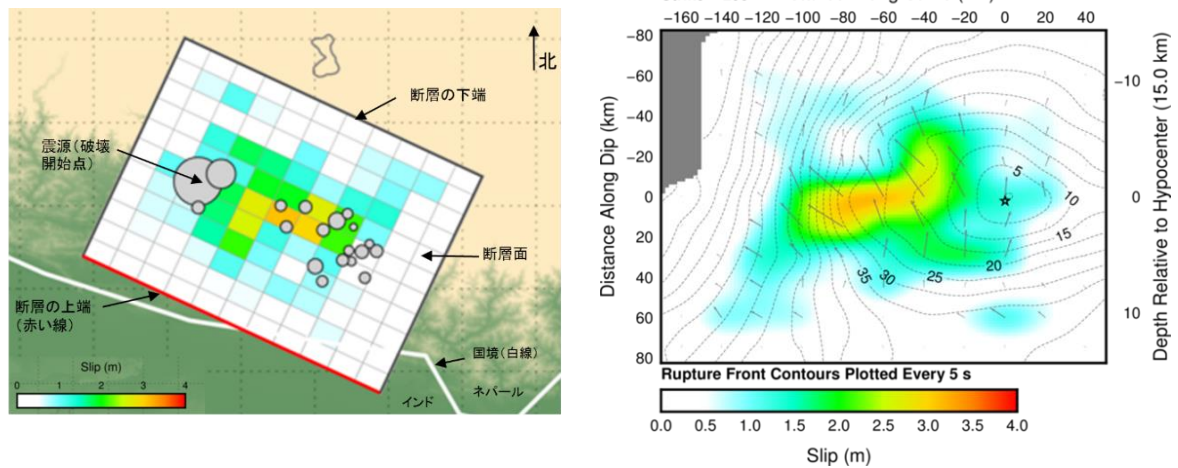


図 7

地震波形を全部使って破壊過程を逆解析で求める。

破壊が始まった所という意味の震源は、P波の到達時刻で決める。2番、3番の波の出所も、震源決定と同じ手法で決めることができる。

図 8 2015 年ネパール地震の断層モデル（左）と破壊伝搬時刻。基図は USGS で、前回（第 11 回基礎講座）の第 1 図と第 2 図を再掲した。



基本概念を理解していただくため、図式解法では震源の深さまでは求めませんでしたが、方法を付録 A に簡単に記しておきます。5 節では地殻構造についても触れましたが、実際には地下構造は大変複雑です。この続きも付録 B に簡単に記載しました。5 節では震源決定と地下構造の相容れがたい関係をお話しましたが、現在ではどちらも未知数として大

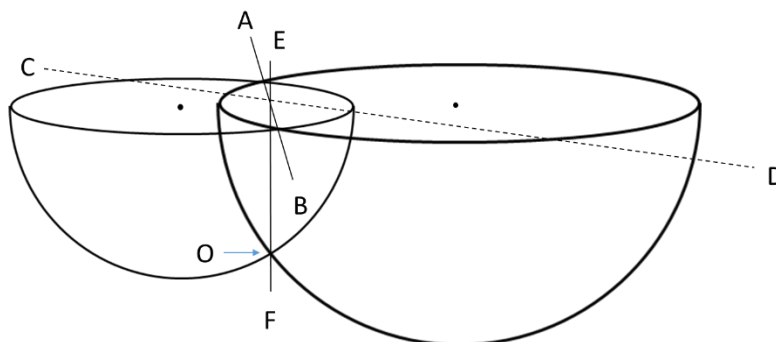
量のデータを使って一挙に求めることが出来るようになっていました。スーパーコンピュータのおかげです。

#### 付録 A. 図式解法で震源の深さを求める

3節では、震源決定の概念（逆解析法の概念）を理解していただくため、2次元（地表面）で考えてきましたが、実際には立体（3次元）ですので、図2のような円ではなく、図9のように半球になっています。3つの半球の交点が震源なのですが、3つの半球を描くと煩雑ですので、図9では2球だけの図を描いて、深さを割り出すイメージ図としました。ふたつの半球の地表での交点を結ぶ直線をAB、3つ目の半球は描いていませんが、それと先のとれかひとつの地表面での交点を結ぶ直線をCD（点線で示しています）とします。AB,CDふたつの直線の交点から垂線を下ろし、図では2つの半球と交わるところが震源になります。実際には、もうひとつの半球があり、3つの半球の交点が震源になります。

図9

震源の深さを求める概念図  
簡単のため、2つの観測点  
の2半球しか描いていない。  
Oが震源



#### 付録 B. 複雑な地下構造の場合

地下の構造は複雑です。計算機が発達していなかった初期（1960年代の初め）の頃は、近似的に5節の図5のように水平な構造を仮定していましたが、人工地震などを使って地下構造を詳細に調べると、傾いている地層や窪んでいる地層が、だんだん見つかってきました。プレートが沈み込んで、速度の速い層が斜めに入り込んでいる所もあります。

こうなると、数式を立てて解析的に計算することが困難になります。そういう場合は図8の左と同様に、地殻をメッシュに切って、各メッシュの中での地震波速度 ( $V_p$ ) を未知数にして、各観測点の到達時刻に合わせるように逐一計算します。このような手法が発展していったのが地震波トモグラフィと呼ばれるもので、現在では地球全体の地震波速度構造も求められています。